

УДК 66.023:519.86

І. Лучейко, канд. техн. наук, доцент

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

# АНАЛОГІЯ МІЖ МАТЕМАТИЧНИМИ МОДЕЛЯМИ ПРОТОЧНОГО РЕАКТОРА ЗМІШУВАННЯ, КОРИГУВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ ТА ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА В ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМАХ

I. Lucheyko

## THE ANALOGY BETWEEN MATHEMATICAL MODELS OF MIXING CONTINUOUS REACTOR, CORRECTING DEVICE AND MEASURING TRANSDUCER IN DYNAMIC MODES

Система «реакція + проточний реактор ідеального змішування (ПРІЗ)» інтерпретується як перетворювач концентрації  $c_1^{\text{âđđ}}$  реагенту  $A_1$  на вході в концентрації  $c_{i+1}^{\text{âđđ}}$  продуктів  $A_{i+1}$  на виході в умовах дії різноманітних дестабілізуючих факторів (ДФ). Як ДФ розглядаються малі збурення (відносні відхилення величин від номіналів):  $\varepsilon_1^{\text{âđđ}}(\tau) = \Delta c_1^{\text{âđđ}} = c_1^{\text{âđđ}} - 1$  – початкової концентрації  $A_1$ ,  $\varepsilon_v(\tau) = \Delta v / v_0$  – об’ємної швидкості потоку,  $\varepsilon_{k(i,i+1)}(\tau) = \Delta k_{i,i+1} / k_{0(i,i+1)}$  – зменшення констант швидкостей реакційних стадій внаслідок дезактивації каталізатора,  $\varepsilon_{n_i}(\tau) = \Delta n_i / n_{0i}$ ,  $\varepsilon_{\alpha(i+1)}(\tau) = \Delta \alpha_{i+1} / \alpha_{0(i+1)}$  – можливі зміни порядків і стехіометрії реакції в ході процесу. Це порушує стаціонарність (індекс «0») режиму, що веде – як правило – до зниження ефективності роботи системи.

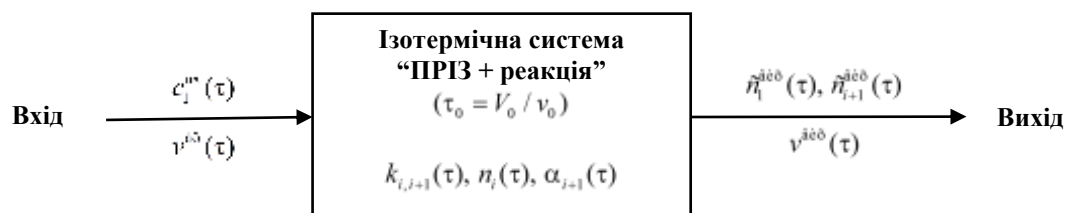
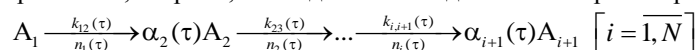


Рисунок. Структурна схема для розрахунку впливу різних ДФ на функціонування ПРІЗ при протіканні, зокрема,  $N$ -стадійної послідовної необоротної реакції



Як видно з рисунка, специфікою хімічного перетворювача є поява (генерування) за рахунок реакції «цільових»  $N$  сигналів концентрацій  $c_{i+1}^{\text{âđđ}}$  продуктів, кінцевий сигнал концентрації  $c_1^{\text{âđđ}} < \tilde{n}_1^{\text{âđđ}}$  реагенту логічно зменшується. Відзначимо принципову відмінність функціонального призначення цього перетворювача порівняно, наприклад, із вимірювальним перетворювачем, спеціалізованим для отримання достатньо сильного сигналу інформації на виході, в ідеальному випадку – без спотворення форми.

Покажемо, що загальна структура математичного опису цих об’єктів подібна.

Вимірювальний перетворювач (вхідного сигналу  $x$  у вимірюваний  $y$ ) у вигляді динамічної ланки 2-го порядку описується диференціальним рівнянням

$$y''(\tau) + 2\beta\omega_0 y'(\tau) + \omega_0^2 y(\tau) = \omega_0^2 k_{i11} x(\tau), \quad (1)$$

де  $k_{i11}$  – номінальний коефіцієнт перетворення (КП) перетворювача як засобу вимірювання;  $\omega_0$  – частота власних коливань;  $\beta$  – коефіцієнт демпфування ланки.

Математична модель для коригуючого пристрою (регулятора) ідентична

$$y''(\tau) + 2\beta T^{-1}y'(\tau) + T^{-2}y(\tau) = T^{-2}Kx(\tau), \quad (2)$$

де в термінах теорії автоматичного управління  $K$  – коефіцієнт підсилення;  $T = 1/\omega_1$  – постійна часу;  $\omega_1$  – частота зрізу.

За даними автора для випадку 2-стадійної реакції  $A_1 \rightarrow \alpha_2 A_2 \rightarrow \alpha_3 A_3$  при малому збуренні  $|\varepsilon_1^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}| \ll 1$  концентрації реагенту на вході ПРІЗ (цільовий продукт  $A_2$ )

$$\varepsilon_2'' + (A_1 + A_2)\varepsilon_2' + A_1 A_2 \varepsilon_2 = n_1 \tilde{A}_1 \tilde{A}_2 \varepsilon_1^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}(\bar{\tau}), \quad (3)$$

де  $\beta = (A_1 + A_2)/2\sqrt{A_1 A_2} \geq 1$ , тобто ланка (3) аперіодична;  $\bar{\omega}_1 = \omega_1 \tau_0 = \sqrt{A_1 A_2}$ ;  $A_i = 1 + n_i \tilde{a}_i$ ,  $\tilde{A}_i = 1 + \tilde{a}_i$  – коефіцієнти перетворення (впливу) підсистем «ПРІЗ +  $i$ -та реакція»;  $\tilde{a}_i = n_i^{-1} \partial \bar{\omega}_{0i} / \partial c_{0i} = \bar{\omega}_{0i} / c_{0i}$  – диференційна чутливість швидкості  $\bar{\omega}_{0i} = \bar{k}_{0(i,i+1)} c_{0i}^{n_i}$  реакції до квазістаціонарної зміни концентрації, рівна зведеній до  $c_{0i} = 1$  швидкості реакції;  $\tau_0$  – номінальний середній час перебування реагентів у ПРІЗ;  $\bar{\tau} = \tau / \tau_0$  – відносний час.

При малому збуренні  $|\varepsilon_v| \ll 1$  швидкості потоку реагентів (авторські дані)

$$\varepsilon_2'' + (A_1 + A_2)\varepsilon_2' + A_1 A_2 \varepsilon_2 = a \varepsilon_v(\bar{\tau}) - \varepsilon_v'(\bar{\tau}), \quad (4)$$

де  $\varepsilon_v' = d\varepsilon_v / d\bar{\tau}$ ;  $a = n_1 \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 - 1$ .

При дезактивації промислового каталізатора (дані автора)

$$\varepsilon_2'' + (A_1 + A_2)\varepsilon_2' + A_1 A_2 \varepsilon_2 = f(\bar{\tau}), \quad (5)$$

де  $f(\bar{\tau})$  – лінійна функція часу.

Як видно з (3)–(5), ліві частини рівнянь тотожні, тобто не залежать від виду ДФ. Це однозначно – як і у випадках (1), (2) – свідчить про те, що параметри  $a_i = \partial \bar{\omega}_{0i} / \partial c_{0i}$  є визначальними при моделюванні системи «ПРІЗ + реакція» в умовах дії різних ДФ.

АЧХ  $\zeta_{2c}(\bar{\omega}) = E_{2c}^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}} / E_{1n}^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}$  для продукту  $A_2$  ланки (3) при малому гармонічному збуренні  $\varepsilon_1^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}(\bar{\tau}) = E_{1n}^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}} \sin \bar{\omega} \bar{\tau}$  концентрації реагенту на вході ПРІЗ має вигляд

$$\zeta_{2c}(\bar{\omega}) = \frac{n_1 \tilde{A}_1 \tilde{A}_2}{\sqrt{(A_1^2 + \bar{\omega}^2)(A_2^2 + \bar{\omega}^2)}}, \quad (6)$$

звідки  $K = k_{i11} = \zeta_{2c}(\bar{\omega} = 0) = n_1 \tilde{A}_1 \tilde{A}_2 / (A_1 A_2)$  – загальний (системний) КП системи.

Із (4) АЧХ  $\zeta_{2v}(\bar{\omega}) = E_{2c}^{\hat{\alpha}\hat{\alpha}} / E_v$  системи при дії ДФ гармонічного збурення  $\varepsilon_v = E_v \sin \bar{\omega} \bar{\tau}$  об'ємної швидкості потоку реагентів

$$\zeta_{2v}(\bar{\omega}) = \sqrt{\frac{a^2 + \bar{\omega}^2}{(A_1^2 + \bar{\omega}^2)(A_2^2 + \bar{\omega}^2)}}. \quad (7)$$

Таким чином, у формулах (3)–(7) фігурують одні і ті ж безрозмірні комплекси  $a_i \equiv n_i \tilde{a}_i$ , зокрема, при  $n_i = 1 \Rightarrow a_i = \tilde{a}_i = k_{0(i,i+1)} \tau_0$ . По-іншому, вони відіграють роль часткових чисел (критеріїв) подібності, так як для дотримання повної – з урахуванням теплового балансу – подібності реакторних процесів необхідна одночасна ідентичність багатьох критеріїв, забезпечити яку практично не вдається.